

エクセルで使用するモデル: Black76 金利は0%とする(実務的には十分)

$$C = FN(d_1) - KN(d_2)$$

$$P = KN(-d_2) - FN(-d_1)$$

ここで、

$$d_1 = \frac{\ln \frac{F}{K}}{\sigma \sqrt{T-t}} + \frac{1}{2} \sigma \sqrt{T-t}, \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$$

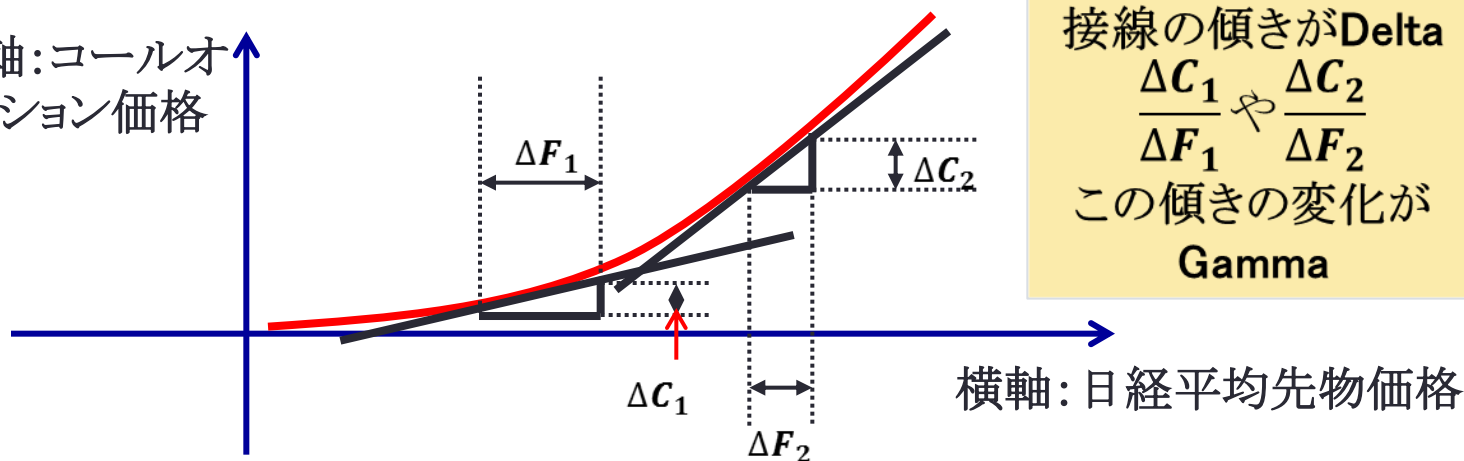
- オプションと同じ満期の日経平均先物Fを使えば、現物のオプションも先物のオプションとして考えて差し支えない。
- **C** : 行使価格Kのコールオプション価格
- **P** : 行使価格Kのプットオプション価格
- **F** : 日経平均先物の価格、**T-t** : 満期までの期間 (1年 = 1)、
N (·) : 標準正規分布の分布関数
- 金利 $r=0\%$ なので考えない。

基本的な感応度(グリークス)の確認

• デルタとガンマ

- デルタ: N225の変化に対するオプション価格変化の割合
 - 将来的な”F-K”の期待値(金利を無視しているが、今は0金利)を相殺するための先物取引の割合と考えてもいい。
- ガンマ: N225の変化に対するデルタの変化の割合
 - オプション価格の変化で先物による**ヘッジで相殺できない部分**
 - **本講座では主役になる。日経平均の変化に応じてオプション価格に加速度的な変化をもたらす。**

縦軸: コールオプション価格



オプションプレミアムの変化: 近似値

- オプションのグリークスを使ったプレミアム変化

デルタ×(N225の変化)

この数値とセータの差を見る

- プレミアム変化:

+ガンマ×(N225の変化)² ÷ 2

+ベガ×(ボラティリティの変化)

+セータ×残存日数の変化

プレミアムの変化については、実際にBSM式を使ってシミュレートしたほうがよいので、Excelシートではそうしています。ポジションの状態を把握するために、ガンマによる変化の近似とセータの関係は意識しています。

BSM Modelと実際の市場

- BSM Modelの前提
 - 幾何ブラウン運動
 - ボラティリティは一定
 - 無裁定で無制限、手数料の無い市場
- 実際の市場
 - 幾何ブラウン運動より裾野が広い (Fat Tail)
 - 無制限じゃないし、手数料もある
 - BSMの前提に合わない部分は、ほとんどVolatilityにしわ寄せして取引されている。
 - Volatilityは、満期、行使価格、原資産の変化などにより変化する。

それぞれの要因は
関わりあっている

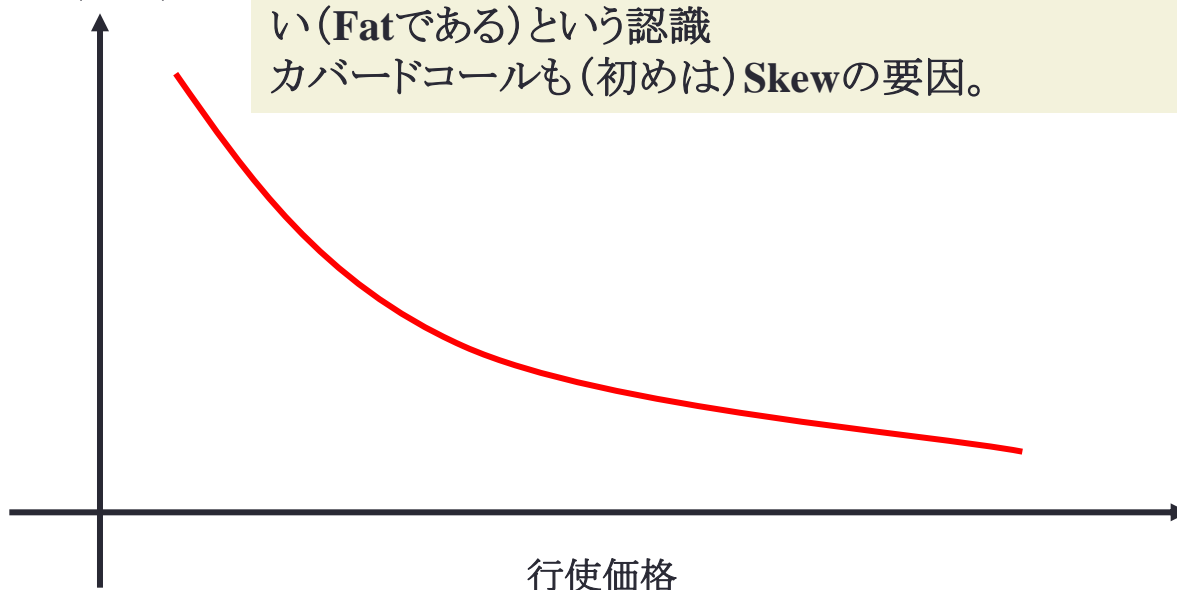
Volatility Surface(ボラティリティ・サーフェス)

- ある限月のボラティリティを行使価格別にプロットしたものをボラティリティ・サーフェスという。
- ブラック・ショールズの仮定ではボラティリティは行使価格や期間に対して「一定」であるが、実際は異なる。
- 日経平均オプションは、リンク債などの影響でReverse Knock In Put(リバース・ノック・イン・プット)があり、大きく売られると基本的に「Skew」がきつくなる。」
- カバード、コールはOTMコールの売り圧力だが、大きく買われると...
- ボラティリティ・サーフェスを見ることはリスク管理の重要なポイント
 - 日経平均価格が動けば、ボラティリティも変化するので普通にデルタヘッジをしてもポートフォリオの変化とフィットしない。

Volatility SkewとSmileについて

- ボラティリティ・スキュー (Volatility Skew)
 - 同じ満期のオプションについてのボラティリティと行使価格の関係を見ると、行使価格が大きくなるとボラティリティは小さくなる現象。

ボラティリティ

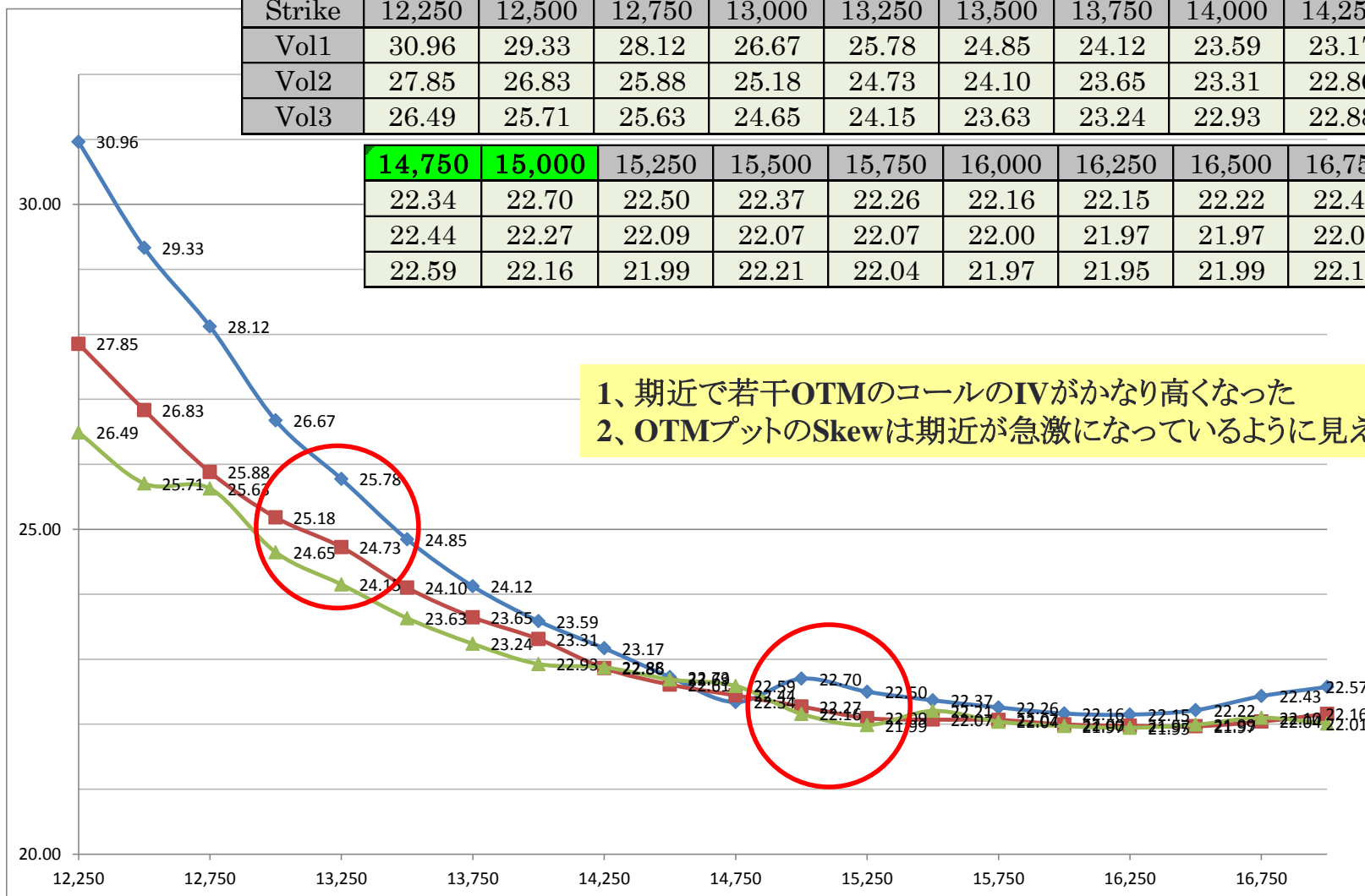


2013年11月14日のサーフェイス：対行使価格

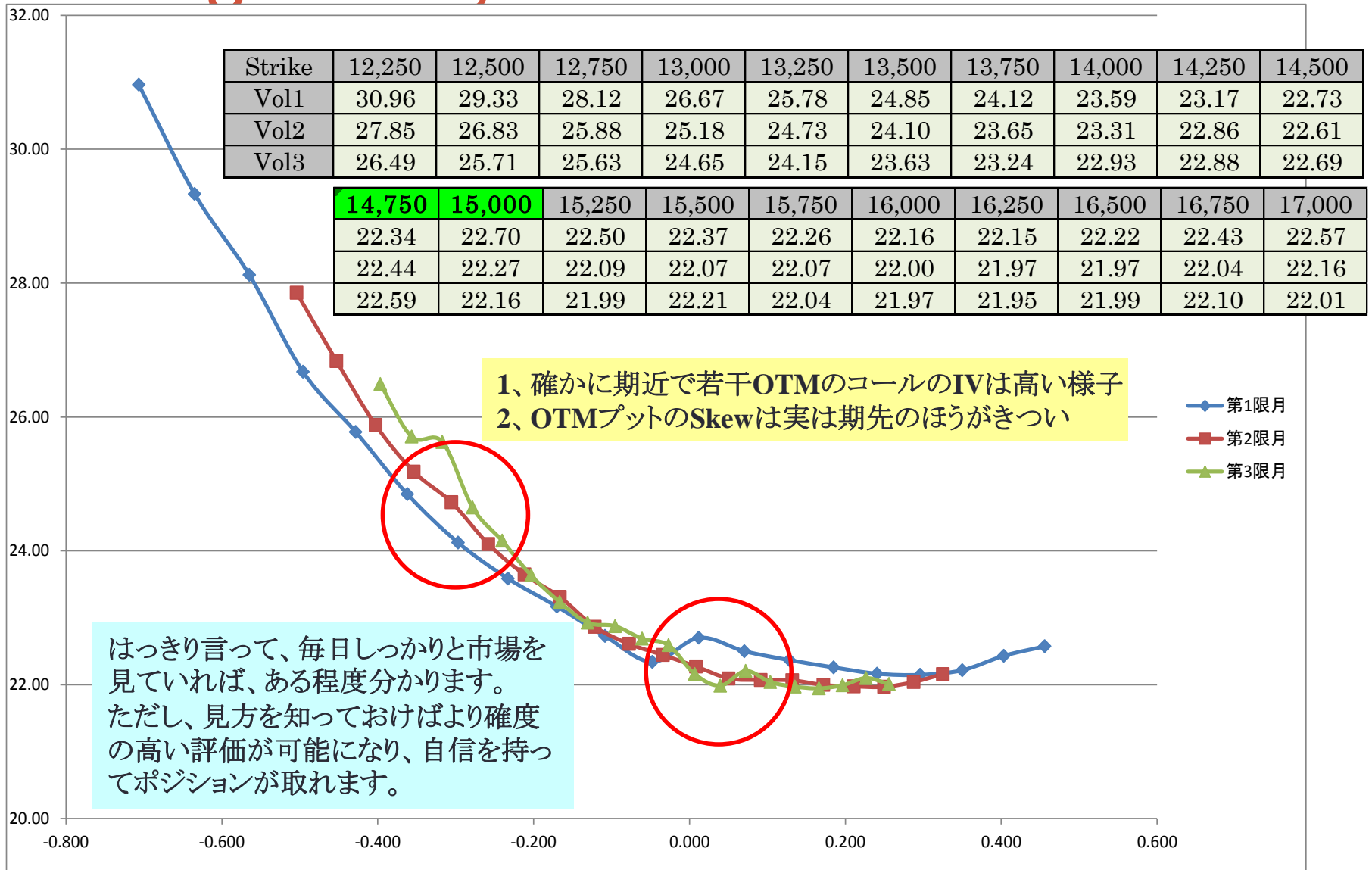
Strike	12,250	12,500	12,750	13,000	13,250	13,500	13,750	14,000	14,250	14,500
Vol1	30.96	29.33	28.12	26.67	25.78	24.85	24.12	23.59	23.17	22.73
Vol2	27.85	26.83	25.88	25.18	24.73	24.10	23.65	23.31	22.86	22.61
Vol3	26.49	25.71	25.63	24.65	24.15	23.63	23.24	22.93	22.88	22.69

14,750	15,000	15,250	15,500	15,750	16,000	16,250	16,500	16,750	17,000
22.34	22.70	22.50	22.37	22.26	22.16	22.15	22.22	22.43	22.57
22.44	22.27	22.09	22.07	22.07	22.00	21.97	21.97	22.04	22.16
22.59	22.16	21.99	22.21	22.04	21.97	21.95	21.99	22.10	22.01

1、期近で若干OTMのコールのIVがかなり高くなった
 2、OTMプットのSkewは期近が急激になっているように見える



対Log-Moneyness/ \sqrt{T}



Risk Reversal (RR) のVega

- Risk Reversal (以下RR)とは
 - OTM Putの買いとOTM Callの売り(基本はATMでvega neutralに調整するが、資料では1対1で作っている)
 - いったいどんな効果があるか？
 - 残存30日、「IV22%(Black76 Model)、行使価格13500円プット買い+IV18%、行使価格15500円コール売り」のベガ。

<RRの効果>

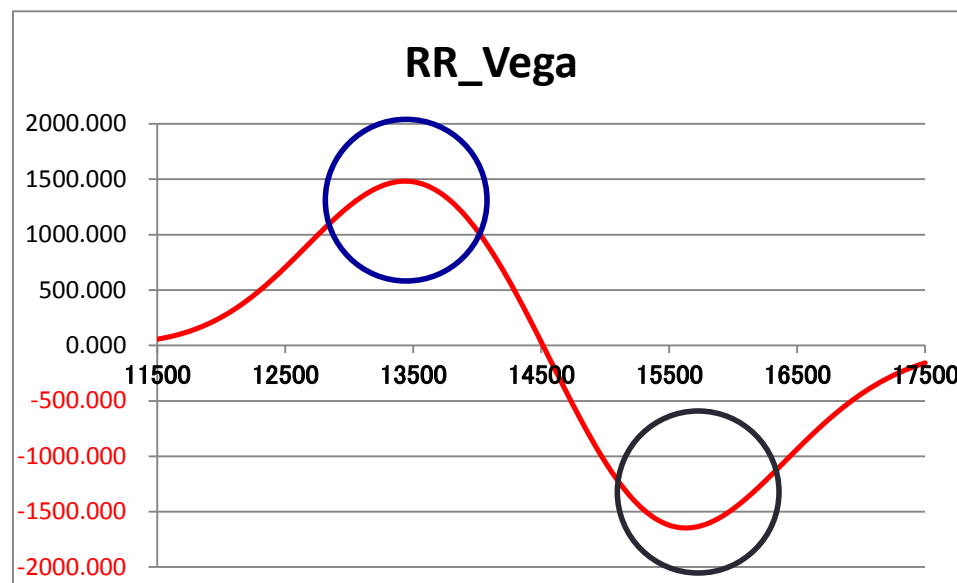
N225が下落=>Vol上昇

N225が上昇=>Vol下落

という方向に沿った戦略

これはSkewの原因になる

- 通常のボラティリティの変化に対するヘッジ効果がある。(先物上昇、VOL上昇という相場では使えない)



オプション価格計算と感応度

N225 Option Calculator 2

本日	13/11/15
満期	13/12/13
Tau	28

第1限月	第2限月
12月13日	1月10日
第3限月	
2月14日	

N225	15,345
行使価格	16,000
ボラ	24.00
残存日数	28

N225	15,345
行使価格	14,250
ボラ	26.10
残存日数	28

シュミレーション

シュミレーション

コール	167.5
デルタ	0.28
ガンマ	0.0003
ベガ	14.20
セータ	-6.09

結果 105.2

-300

1.50

2

プット	85.0
デルタ	-0.14
ガンマ	0.0002
ベガ	9.66
セータ	-4.50

結果 161.2

-500

0.00

4

1円デルタ	0.28
1円ガンマ	0.0003
1%ベガ	14.31
1日セータ	-6.12

1

換算デルタ 20.8%

1円デルタ	-0.14
1円ガンマ	0.0002
1%ベガ	9.85
1日セータ	-4.50

1

換算デルタ -15.2%

例えば: 14250円プット2枚買い@85 + デルタヘッジ買ミニ3枚@15345
4日後、「日経平均+400、Vol変化0」または「日経平均-500、Vol変化0」