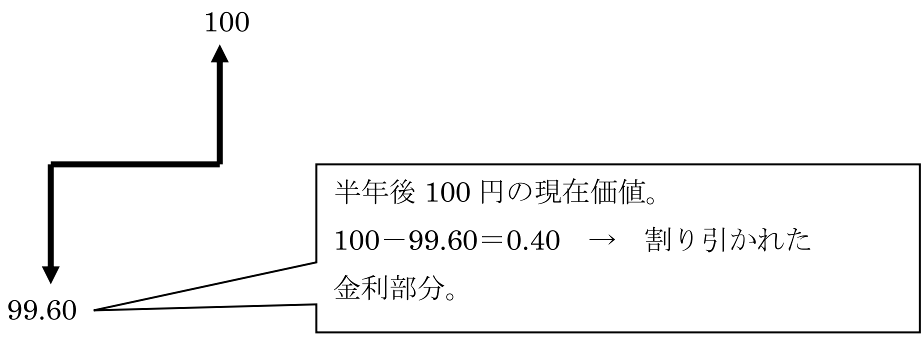
２．現在価値算出の実務的手法

（１）割引債を使った現在価値計算

現在価値算出の基本的な考え方は上で述べた通り「金利で割り引く」ということであるが、この作業を実際に行う場合、非常に役に立つ金融商品がある。それは割引債である。

割引債の価格とは、将来のキャッシュ・フロー（額面金額）を金利分割り引いた現在価値を意味していると考えられるので、評価対象のキャッシュ・フローを割引債の額面金額のように考えて価格計算することで、その割引債と同じように金利分を割り引くことができるわけである。

［残存期間半年、価格 99.60 円の割引債］



［例題６］
上の期間半年の割引債を前提として、「半年後に受取る 300 万円」の現在価値を求めると、いくらになるか。

→上の期間半年の割引債を額面 300 万円買うと、価格は 298.8 万円

答え：298.8 万円

この問題は、額面 100 円、価格 99.60 円の割引債を額面 300 万円買ったら価格はいくらか、という問題として考えればよいので、多くの人は

$$99.6 \times \frac{3,000,000}{100} = 2,988,000$$

という計算をするかもしれないが、ファイナンスの世界では、通常この問題は

$$3,000,000 \times \frac{99.6}{100} = 2,988,000$$

として計算する（もちろんどちらも計算結果は同じである）。

$\frac{99.6}{100} = 0.9960$　は現在価値計算の前提となった割引債の　価格÷額面　の数字であり、額面を１とした場合の割引債価格でもある。この値を金融の世界では一般に**ディスカウント・ファクター**（discount factor）と称している。

つまり、割引債からディスカウント・ファクターの値を求め、それを評価対象のキャッシュフローに掛け合わせることで現在価値は求めることができる。一般に、金利で「割り引く」という計算を行うより式が簡明で分かりやすいので、現在価値計算ではこの計算手法が非常によく利用される。

（２）利付債の場合

以上の考え方は、金融商品からキャッシュフローが複数回発生する場合でもそのまま適用できる。

［例題７］

・今、以下のような２種類の割引債が存在するとしよう。このとき下記の利付債の価格はいくらであるはずと考えられるか（ただし割引債と利付債の発行体は同じとする）。

（割引債の情報）

①　期間１年の割引債　価格 99 円

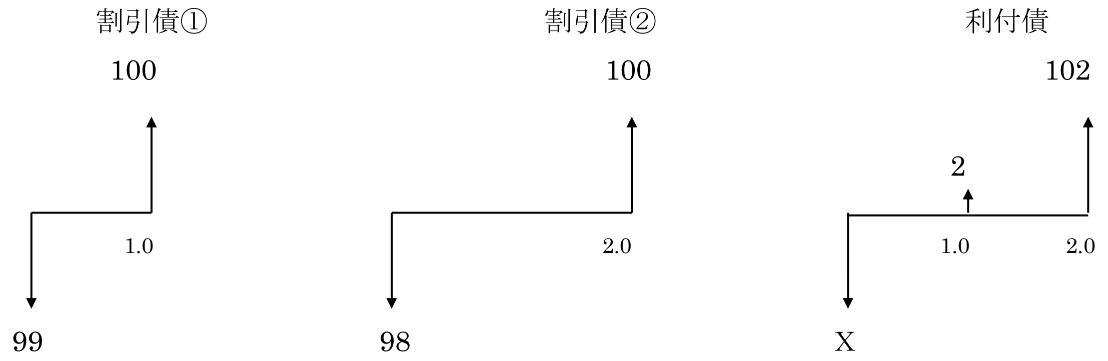
②　期間２年の割引債　価格 98 円

（価格不明の利付債）

期間　　　２年

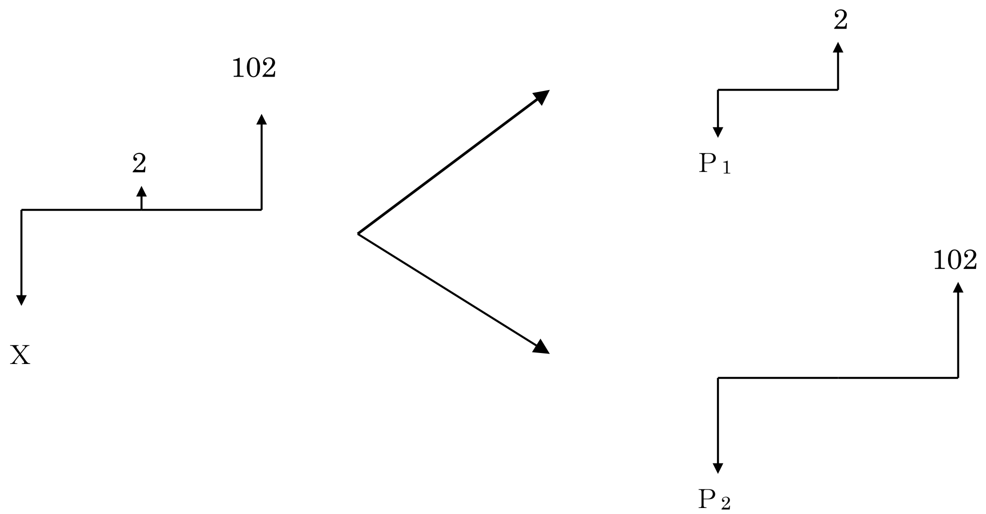
クーポン　2.0%　（１年払い）

上の割引債と利付債をそれぞれ額面 100 円分買ったときのキャッシュ･フローは下図の通りである。



債券の価格は、一般に「額面 100 円買うのに必要な金額」として表されるから、上の図のＸを求めればよいわけである。

この利付債に投資して得られるキャッシュ・フローは、１年目に 2 円、２年目に 102 円であるが、このキャッシュ･フローは、割引債①を額面 2 円、割引債②を額面 102 円買うことによっても得ることができる。よって、このときの割引債の価格（現在価値）をP_1、P_2とすると、



$X = P_1 + P_2$　でなければならないと考えられる。

従って、P_1 と P_2 の価格がわかれば、Ｘを計算できる。

P_1 と P_2 は、それぞれ、期間１年の割引債を額面２円分、期間２年の割引債を額面 102 円分買うときの価格　　だから、先ほど紹介したディスカウント・ファクターの概念を使って

$$P_1 = 2 \times \frac{99}{100} = 1.98$$

$$P_2 = 102 \times \frac{98}{100} = 99.96$$

と簡単に計算できる。よって、

X＝1.98＋99.96＝101.94 円　となる。

以上は利付債の例であるが、スワップなどでも同様の考え方ができる。

このように、１つ１つのキャッシュ・フローを割引債の償還額面と見なせば、複数のキャッシュ・フローが将来発生する金融商品でも、やはりディスカウント・ファクターを使ってその現在価値は求められることになる。

■　キャッシュ・フローの現在価値の求め方

キャッシュ・フローの現在価値
＝キャッシュ・フロー×ディスカウント・ファクター

$$\textbf{ディスカウント・ファクター}＝\frac{\text{割引債の価格}}{\text{割引債の額面（100円）}}$$

※　ディスカウント・ファクターを算出するための割引債は、もちろん、現在価値を計算するキャッシュ・フローの発生時点を償還日とするものでなければならない。

＜確認問題 15＞

以下の４つの割引債の価格を前提に、下の利付債の価格を計算せよ。

＜割引債の価格＞

残存期間	価格(円)
0.5年	99.62
1.0年	99.12
1.5年	98.46
2.0年	97.85

＜価格算出対象の利付債＞

期　間　２年

ｸｰﾎﾟﾝ　1.60%（半年払い）

（３）ディスカウント・ファクターを使った現在価値計算の実務的有用性

利付債を割引債の集合と捉え、ディスカウント・ファクターを使ってその理論値を求める考え方を紹介してきたが、この考え方は、実際の債券評価では必ずしも上手く work するとは限らない。というのも、発行体の信用リスクが異なれば、同じ償還日の割引債でも価格は異なってしまうから、評価に使う債券の信用リスクレベルは理論的には完全に同一である必要があるからである。よって、評価対象の利付債の各キャッシュフロー発生時点を償還日とする同じ発行体が発行した割引債がないと評価の正確性は期待できない。

実際のところ、国債を除けばいろいろな満期の債券を発行しているような発行体はあまりないため、例えば一般の事業会社の債券の価格評価には以上の考え方は使いづらい面がある。そういった場合は、その発行体の債券の利回りを推定し、利回りから価格を逆算するといった方法が取られることもある。

しかし、国債については以上述べたような考え方に概ね沿った形で価格形成されていることを実際の市場データで観察することができる。例えば、以下は 2014/9/22 の日本証券業協会のデータであるが[注]

〇利付債

銘柄	償還日	クーポン（%）	価格
中期国債 100(5)	2016/09/20	0.3	100.47

〇割引債

銘柄	償還日	クーポン（%）	価格
国庫短期証券 438	2015/03/20	―――	100
分離元本 91(5)	2015/09/20	―――	99.96
分離元本 96(5)	2016/03/20	―――	99.91
分離元本 100(5)	2016/09/20	―――	99.86

下の割引債のデータからディスカウント・ファクターを計算し、上の中期国債を評価すると、ほぼ上表の価格と同じ価格になることが確認できる。

なお、デリバティブなどでは、基本的にここで示しているような考え方をベースに価格計算が行われる。

[注] 最近のデータを使うと、短期の国債の価格が 100 円超になっていたりして、理論的な関係が成立していることがピンと来ないかと思い敢えて古いデータを利用した。関係自体は現在も同様に成立している。

（４）スポット・レートによる表現

金融商品の価格を理論的に計算する場合、一般的に

キャッシュ・フロー金額　×　ディスカウント・ファクター

という形で計算できることを述べたが、これをスポット・レート使って表現することもできる。

スポット・レートとは、割引債の複利利回りであるから、例えば、期間 n 年、価格Ｐ円の割引債から計算されるディスカウント・ファクター：df_n と、スポット・レート r_n（１年複利ベース）の間には、

$$P=\frac{100}{(1+r_n)^n}\rightarrow\frac{P}{100}=\frac{1}{(1+r_n)^n}\qquad \frac{P}{100}=df_n\ \text{であるから、}\ df_n=\frac{1}{(1+r_n)^n}\ \text{という関係が}$$

あることがわかる。

そこで、例えば、期間３年、クーポンＣ％（１年払い）の利付債の理論価格を求める式は、以下のような２つの形で表現できる。

[ディスカウント・ファクターを使った式]

$$C\times df_1+C\times df_2+(100+C)\times df_3$$

[スポット・レートを使った式]

$$C\times\frac{1}{(1+r_1)}+C\times\frac{1}{(1+r_2)^2}+(100+C)\times\frac{1}{(1+r_3)^3}$$（r_i：ｉ年のスポット・レート）

＜確認問題 16＞

各期間のスポットレート（1 年複利）が以下のように与えられている。これを基に、下記利付債の価格を理論的に計算せよ。

期間	金利（%）
1 年	0.8%
2 年	1.2%
3 年	1.5%

＜利付債＞

期　間　　３年

クーポン　1.5%（1 年払い）

（５）Boot Strap 法　＜補足＞

ディスカウント・ファクターは割引債の価格÷額面として求めることができるが、実際には割引債はあまり存在しないため、割引債の価格を「理論的」に求める必要があることが多い。先ほど割引債から利付債の価格を求める考え方を紹介したが、利付債の情報が十分にあれば割引債の価格を理論的に求めることも可能である。これを一般に Boot Strap 法と呼んでいる。

［例題８］

以下の債券に関する情報を前提に、期間２年の割引債の理論価格を求めよ。

（債券の発行体はすべて同じとする。）

割引債	期　　間	1 年
	価　　格	99.0 円
利付債	期　　間	2 年
	クーポン	2.2%（1 年払い）
	価　　格	101.8 円

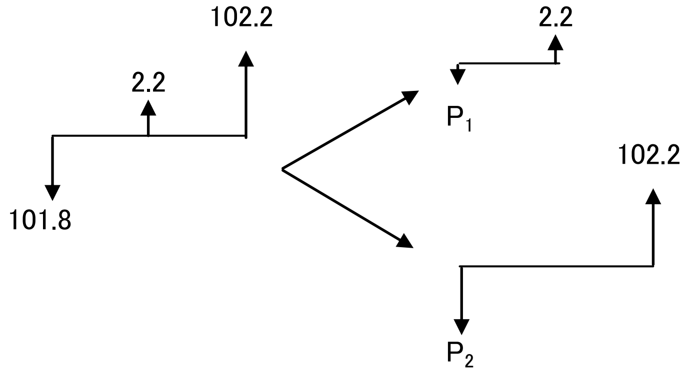
＜考え方＞

上の利付債は、

・期間１年、額面 2.2 円の割引債

・期間２年、額面 102.2 円の割引債

の集合と考えることができる。



期間１年、額面 2.2 円の割引債の価格をP_1
期間２年、額面 102.2 円の割引債の価格をP_2
とすると、
$101.8 = P_1 + P_2$　でなければならない。

しかし、P_1は、期間１年の割引債であるから、その価格は計算できる。すなわち、

$$P_1 = 2.2 \times \frac{99}{100} = 2.178\text{円}$$

よって、

$$P_2 = 101.8 - 2.178 = 99.622\text{円}$$　でなければならない。

以上より、この発行体が発行する期間２年、額面 102.2 円の割引債の価格は 99.622 円になる。

債券の価格は通常「額面 100 円あたり」で示されるから、

$$100 \times \frac{99.622}{102.2} = 97.4775$$（円）。これが答えである。

［例題９］

・今、以下のような割引債及び利付債が存在するとする。このとき期間１年、期間１年半の割引債の理論価格を求めよ。

（ただしすべての債券の発行体は同じとする)。

(割引債の情報)

期間半年の割引債　価格 99 円

(利付債の情報①)

期間　　　１年

クーポン　4.0%　(半年払い)

価格　　　102.45 円

(利付債の情報②)

期間　　　１年半

クーポン　3.0%　(半年払い)

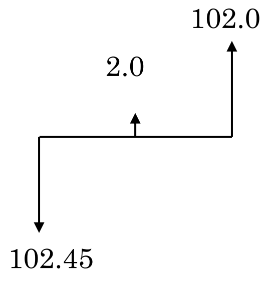
価格　　　102.23 円

基本的な考え方は例題８と同じ。クーポンが半年払いベースであることに注意して、

まず期間半年の割引債と期間１年の利付債の情報から、期間１年の割引債の理論価格を求め、次にその結果を前提にして、期間１年半の利付債の情報から期間 1 年半の割引債の理論価格を求める。

①　期間１年の割引債の理論価格

利付債①のキャッシュ･フロー



⇒　このキャッシュ･フローは、期間半年の割引債を額面 2.0 円分、期間１年の割引債を額面 102.0 円分買うことで複製できる。

期間半年の割引債　額面 2.0 円分の価格をP_1
期間１年の割引債　額面 102.0 円分の価格をP_2
とすると

$$P_1 + P_2 = 102.45$$

P_1 は計算できる。

$$P_1 = 2.0 \times \frac{99}{100} = 1.98$$

よって、$P_2 = 102.45 - 1.98 = 100.47$ 円

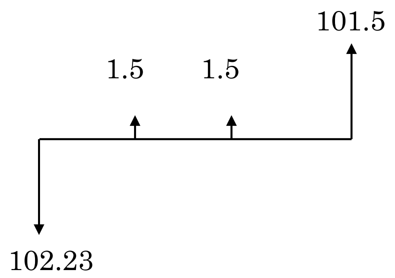
ただしこれは、期間１年の割引債　額面 102.0 円あたりの価格だから、額面 100 円あたりに直すと

$$100 \times \frac{100.47}{102.0} = 98.50$$ 円　となる。

②　期間１年半の割引債の理論価格

問題の設定から、期間半年の割引債の価格は 99 円
これと期間１年の利付債の価格から①より期間１年の利付債の理論価格は 98.50 円。
これを基に利付債②の情報から期間１年半の割引債の理論価格を求める。

利付債②のキャッシュ･フロー



⇒　このキャッシュ･フローは期間半年の割引債を額面 1.5 円分、期間１年の割引債を額面 1.5 円分、期間１年半の割引債を額面 101.5 円分購入することで得ることができる。

期間　半年、　額面　1.5 円の割引債の価格を　　P_1、
期間　１年、　額面　1.5 円の割引債の価格を　　P_2、
期間　１年半、額面 101.5 円の割引債の価格を　P_3、　とすれば

$P_1 + P_2 + P_3 = 102.23$　でなければならない。

$$P_1 = 1.5 \times \frac{99}{100} = 1.485$$

$$P_2 = 1.5 \times \frac{98.5}{100} = 1.4775$$

よって、　$P_3 = 102.23 - 1.485 - 1.4775 = 99.2675$

これは額面 101.5 円あたりの価格だから、額面 100 円あたりの価格を求めると

$$100 \times \frac{99.2675}{101.5} = 97.8\text{円}$$　となる。

従って、
期間 1 年の割引債の理論価格：98.50 円
期間 1.5 年の割引債の理論価格：97.80 円　が答となる。

この例題では期間 1.5 年までの割引債の理論価格を求めたが、同様に期間 2.0 年、2.5 年、・・・の利付債の情報があれば、それから期間 2.0 年、2.5 年、・・・・の割引債の理論価格を求めることができる。このようにして、利付債の価格情報から割引債の理論価格を求めていく手法が Boot Strap 法である。

＜確認問題 17＞

以下はある企業が発行した割引債、及び利付債の価格情報である。
これを基に、以下の設問に答えよ。

種類	期間	クーポン(%)	価格(円)
割引債	半年		99.7
利付債	1年	0.8	100.0
利付債	1.5年	1.4	100.6
利付債	2.0年	1.5	100.5

(利付債のクーポンは半年払い)

（1）　以上の債券価格情報に基づき、期間 1 年、1.5 年、2 年のディスカウント・ファクターを求めよ。

（2）　この企業が、期間 2 年の債券を 100 円で発行するためには、クーポン（半年払い）は何％であればよいか。